

文章编号: 1000-8055(2004)04-0495-04

# 基于模拟退火遗传算法 的平面连续体结构的拓扑优化

王中华, 温卫东

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 采用遗传算法, 用染色体基因映射结构离散化后的单元体, 通过改变基因代码实现连续结构的拓扑优化过程中, 利用遗传算法进行结构优化, 通过有限元技术对结构进行建模和分析。在遗传算法中, 引入模拟退火的思想, 实时调整结构优化的适应度函数, 改善优化分析中个体所处的生存环境, 提高优化分析效率, 获得较优的结构拓扑效果。算例分析表明所提出的方法是有效的。

**关键词:** 航空、航天推进系统; 结构优化; 拓扑优化; 遗传算法

**中图分类号:** V 231.95

**文献标识码:** A

## Continuum Structural Topology Optimization Using Simulated Annealing Genetic Algorithm

WANG Zhong-hua, WEN Weirong

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In continuum structural topology optimization, Genetic Algorithm (GA) was served as optimization method, binary chromosome of GA was employed to represent a topology structure, and finite element method was used to obtain the displacement, stress and strain of each node, which was included in constraint conditions. In order to improve the efficiency and to make the optimization results better, the simulated annealing technique was embedded with genetic algorithm. The method could adjust the function during optimization. A cantilever plate, as an example, was optimized to show the efficiency of the method.

**Key words:** aerospace propulsion system; structural optimization; topological optimization; genetic algorithm

结构拓扑优化设计主要研究结构中各种对象之间的关系, 使结构在满足各种约束条件下, 其某种性能指标达到最优。目前大部分的研究工作均集中于桁架等离散结构<sup>[1]</sup>。对于连续体结构拓扑优化, 由于模型描述的困难和数值算法的巨大计算量, 迄今为止这方面的研究工作不多。目前采用

的方法主要有变厚度法、均匀化方法和变密度法等<sup>[2]</sup>。于新<sup>[3]</sup>等基于独立连续拓扑变量的概念和映射变换方法, 采用对偶规划优化算法, 考虑应力和位移约束, 对多工况二维连续体结构进行了拓扑优化设计。但是, 目前结构拓扑优化的研究工作中仍有如下不足: (1) 优化过程中需要做灵敏度分

收稿日期: 2003-09-09; 修订日期: 2004-03-01

作者简介: 王中华(1964-), 男, 吉林磐石人, 南京航空航天大学能源与动力学院博士生, 工程师, 主要从事结构强度、结构优化设计研究

析,这将大大增加计算量,对于复杂结构尤其如此;(2)所采用的优化算法都是从单个点出发开始寻优,往往容易收敛于局部最优解;(3)最终的拓扑优化结构是唯一的,无法提供多种拓扑结构优化方案可供工程设计人员选择。为此,结构优化的热点转向了现代优化方法方面。其中,80年代出现的遗传算法就是比较有代表性的优化方法之一。它克服了传统优化算法的诸多弊端,目前已成为结构拓扑优化中研究的热点问题。Jakicela<sup>[4]</sup>采用二进制编码映射平面设计区域,给出了平面连续体结构的拓扑优化分析结果。该分析方法简单,但需要分析单元的连接性,否则容易出现“棋盘格”现象;而且单元数目较多时,其编码较长,分析效率较低。Nakanishi<sup>[5]</sup>提出了基于群论的连续体结构的拓扑优化分析方法。但该方法中结构的描述方法及单元的删除过程复杂,单元的删除依赖于其应变能的大小,而应变能的计算工作量较大,分析效率较低。Chen<sup>[6]</sup>提出了采用智能神经网络产生种群的方法,对平面连续体结构进行了拓扑优化分析。尽管如此,对大型工程结构而言,结构拓扑优化分析效率问题仍需要做进一步深入的研究。

本文基于遗传模拟退火算法<sup>[7]</sup>,在遗传算法中,通过引入模拟退火的思想,对结构优化的适应度函数进行实时调整,以改善优化分析中个体所处的生存环境,提高优化分析效率,获得较优的结构拓扑效果。最后通过对悬臂薄板结构进行了拓扑优化分析,验证了所提出方法是有效的。

## 1 基于模拟退火遗传算法的结构拓扑优化

### 1.1 结构拓扑优化的数学模型

在结构拓扑优化中,考虑满足位移约束的条件下,减少平面连续结构的质量,同时消除不连续单元和铰接现象,其数学模型为:

$$\min f(x) = M;$$

$$\text{s.t. } \delta_{\max} < \delta_0;$$

$$DN = 0; \quad NH = 0 \quad (1)$$

式中  $f(x)$  为目标函数,  $x$  为自变量,  $M$  为优化后结构剩余质量,  $\delta_{\max}$  为结构中的最大位移值,  $\delta_0$  为允许的位移值,  $ND$  为不连续单元的数目,  $NH$  为铰接单元数。

为防止不同约束间量纲的影响,对目标函数和约束条件做相应的无量纲处理,并引入惩罚因

子,将其转化为无约束问题,即:

$$\min g(x) = W + \lambda \times [(\delta_{\max}/\delta_0 - 1)^2 + 10 \times (ND + NH)] \quad (2)$$

式中:  $g(x)$  为修改后的目标函数,  $W$  为结构剩余质量与初始质量的比值,  $\lambda$  为递增的惩罚系数序列。其中,将结构约束项放大 10 倍,主要是希望对 GA 产生导向作用,在进化中首先满足结构约束,即拓扑优化后的结构连续,无不连续单元,不包含铰接单元。

### 1.2 模拟退火思想及其引入

模拟退火算法是 1982 年 Kirkpatrick 等将固体退火思想引入组合优化领域,提出了一种解大规模组合优化问题的有效近似算法。固体退火过程的物理图像和统计性质是模拟退火的物理背景, Metropolis 接受准则使算法跳离局部最优的“陷阱”,而冷却进度的合理选择是算法应用的前提。

固体退火是将固体加热至融化,然后慢慢冷却使之凝固成规整晶体的热力学过程。从统计物理的观点看,随着温度的降低,物质的能量将逐渐趋近于一个较低的状态,并最终达到某种平衡。固体温度  $T$ , 反复进行状态转移过程,新状态的接受概率  $p(x)$  服从 Gibbs 分布:

$$p(x) = e^{-E(x)/T} / z \quad (3)$$

式中:  $z$  为概率正则化系数,  $E(x)$  为状态  $x$  的能量。由上式可知,随着温度参数的减小,接受概率也随着减小,即能量函数增大的可能性逐渐减小,最后系统会收敛于某一能量最小的状态。显然模拟这样的固体退火过程,应用于函数优化中是可行的。

借鉴模拟退火思想,可对适应度函数进行如下拉伸处理:

$$f_i = \frac{e^{f_i/T}}{\sum_{i=1}^{\text{pop size}} e^{f_i/T}}; \quad T = T_0(m^{g-1}) \quad (4)$$

式中:  $f_i$  是第  $i$  个个体的适应度,  $\text{pop size}$  为种群大小,  $T$  和  $T_0$  分别为温度和初始温度,  $m$  为冷却进度(一般取接近 1 的小数),  $g$  为遗传代数。

遗传算法在运行早期个体差异较大,当采用经典的轮盘赌方式选择,后代产生个数与父个体适应度大小成正比,因此在早期容易使个别好的个体的后代充斥整个种群,造成早熟;在遗传算法后期,适应度趋向一致,优秀的个体在产生后代时,优势不明显,从而使整个种群进化停滞不前。因此对适应度适当地拉伸是必要的。这样在温度

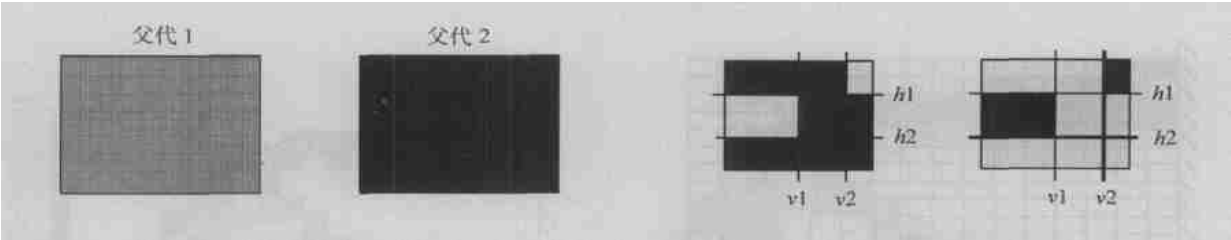


图 1 交叉方式示意图

Fig 1 Illustration of crossover operation

高时(遗传算法的早期), 适应度相近的个体产生后代的概率相近; 而当温度不断下降后, 拉伸作用加强, 使适应度相近的个体适应度差异放大, 从而使得优秀的个体优势更明显。

1.3 交叉与变异操作

本文采取分块交叉方式, 其实质是一种定长多点交叉方式。两块交叉, 如图 1 所示, 设定水平线坐标  $h_1, h_2$ , 垂直线坐标  $v_1, v_2$ , 产生两条水平分割线和两条垂直分割线。用这 4 条直线将父代个体划分为 9 个部分, 由左到右, 由上到下每块分别标号(0~8)。再随机产生两个 0~8 之间不同的随机数, 对选择的父代的相应“块”进行交叉。

变异操作中选用多位变异方法, 即对每个个体染色体中的每个基因, 都产生一个随机数, 如果该随机数小于变异概率, 则该基因发生突变。这样, 在一个染色体中, 就会有多个基因发生突变, 扩大了遗传算法的搜索区域, 避免陷入局部最优

2 悬臂板拓扑优化分析

一悬臂平板, 一端固支, 另一端中点受集中力 1440 N 的作用。板宽 0.16m, 高 0.10m, 厚 0.003

m。材料弹性模量  $7.20 \times 10^{10}$  Pa, 泊松比 0.3。

将其离散化为  $16 \times 16$  个四边形单元体。取节点位移允许值为 0.264mm, GA 中的参数为种群规模 50, 染色体长度 256, 取冷却进度  $m = 0.99$ , 最大进化代数 300 代。

图 2 和图 3 分别给出了采用简单遗传算法和模拟退火遗传算法进行结构拓扑的结构图。从图 3 可以看出, 采用模拟退火遗传算法拓扑的结构较图 2 有较大的改善, 拓扑结果的传力路径合理, 应力分布较均匀, 最大应力由 79.6MPa 降低为 75.422MPa, 结构的柔顺度也很好。

图 4 和图 5 分别为采用简单遗传算法和模拟退火遗传算法进行结构拓扑时适应度的变化曲线。其中, 实线和点划线分别表示种群中最大个体适应度值和平均适应度值随代数的变化趋势。从图中可以看出, 使用模拟退火遗传算法可以提高个体的适应度, 也就是可以跳出局部最优的“陷阱”以求得相对更优的结果。其中, 简单遗传算法中最大适应度为 2.39, 平均适应度为 2.17, 而模拟退火遗传算法中, 最大适应度和平均适应度分别达到 2.71 和 2.69。

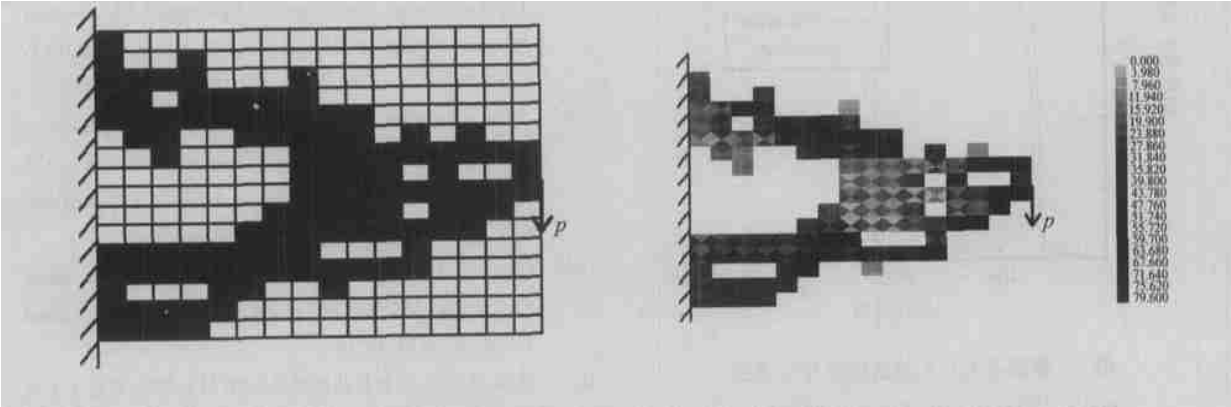


图 2 简单 GA 方法的拓扑结构及应力分布图

Fig 2 Topological structure and stress distribution based on simple GA

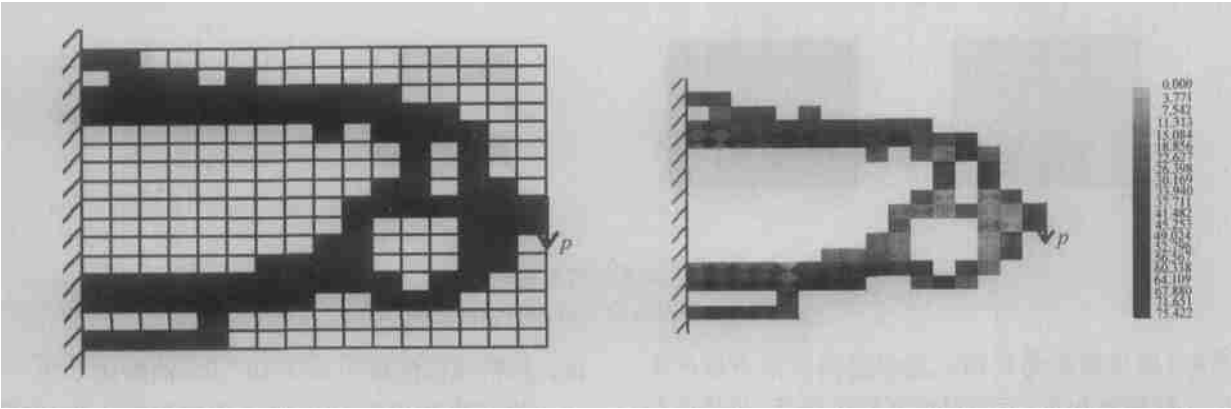


图 3 模拟退火 GA 方法的拓扑结构及应力分布图

Fig 3 Topological structure and stress distribution based on simulated annealing GA

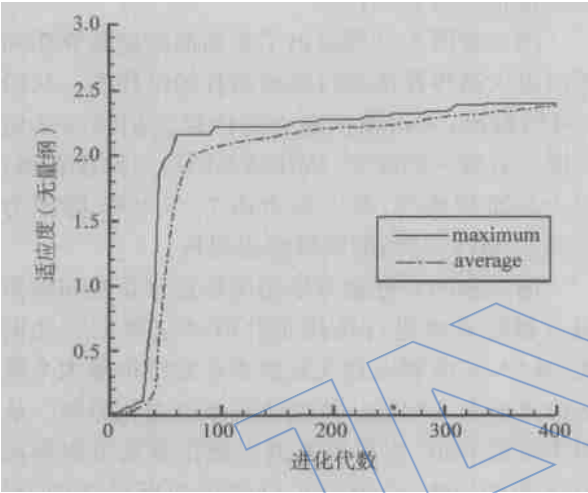


图 4 简单 GA 的适应度变化曲线

Fig 4 Fitness curve based on simple GA

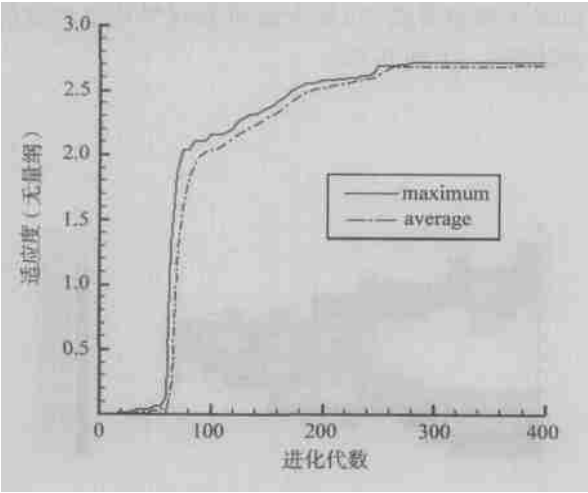


图 5 模拟退火 GA 的适应度变化曲线

Fig 5 Fitness curve based on simulated annealing GA

3 结 论

- (1) 采用模拟退火遗传算法, 实现了连续体结构的拓扑优化。
- (2) 在遗传算法中, 引入模拟退火的思想, 改善了优化分析中个体所处的生存环境, 提高了优化分析效率, 获得了较优的结构拓扑效果。
- (3) 对于模拟退火遗传算法来说, 冷却进度的合理选择是算法应用的前提, 选择不同的冷却进度将影响到种群进化的整个过程及最终结果。

参考文献

[1] Kawamura H, Ohmori H, Kito N. Truss Topology Optimization by a Modified Genetic Algorithm [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, 23(6): 467- 472

[2] 唐文艳, 顾元宪. 遗传算法在结构优化中的研究进展[J]. *力学进展*, 2002(1): 26- 40

[3] 于新, 隋允康. 平面连续体多工况应力约束下结构拓扑优化的有无复合方法[J]. *计算力学学报*, 2001(2): 200- 205

[4] Jakiela M J, Chapman C, Duda J, et al. Continuum Structural Topology Design with Genetic Algorithms [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000(4): 339- 3565

[5] Nakanishi, Yasuhiko. Application of Homology Theory to Topology Optimization of Three-Dimensional Structures Using Genetic Algorithm [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001(29): 3849- 38636

[6] Chen T Y, Lin C Y. Determination of Optimum Design Spaces for Topology Optimization [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2000(1): 1- 16

[7] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 78- 85